

## "LÍNEA DE POSICIÓN ASTRÓNOMICA – PARTE 2 " CALCULO Ac y Azv

### Ref.:

- a.- Pub. SHOA N° 3030 "Manual de Navegación".
- b.- Apuntes personales

### A.- Introducción

En este capítulo se analizará el procedimiento de cálculo para obtener una recta de altura de un astro determinado.

Para determinar la recta de altura se sigue el esquema que se muestra en la figura N° 1.

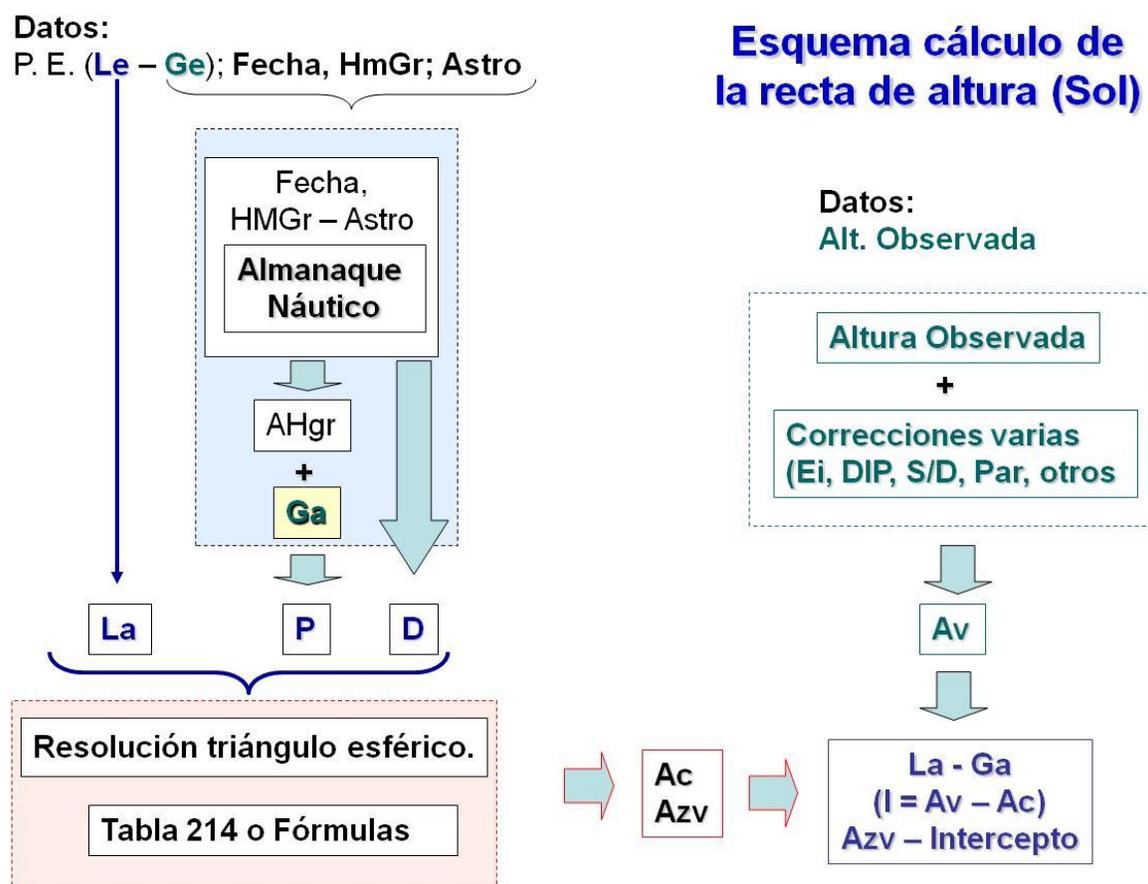


Fig. N° 1 "Esquema general del cálculo de la recta de altura"

En la figura se puede observar que el cálculo se divide en dos partes.

- **Lado izquierdo:** A partir del Punto estimado (Le - Ge), fecha, HmGr de la observación y la identificación del astro observado, apoyado por el almanaque náutico y las fórmulas para resolver en triángulo esférico (La, P y D), se obtiene el azimut del astro y la altura calculada en base a los datos utilizados. Respecto a esto

último sólo se analizará el empleo de fórmulas y no la utilización de la Tabla 214, ya que en la actualidad no existen a bordo de los buques.

- **Lado derecho:** A partir de la Altura observada al astro mediante el sextante y efectuadas varias correcciones, se obtiene la altura verdadera del astro, es decir la real en el momento que se observó.
- **Parte final:** Comparadas ambas alturas (Calculada y verdadera) se obtiene el Intercepto que junto al punto adoptado en lado izquierdo y el azimut, se podrá graficar la recta de altura en la carta náutica o carta plotting.

Cada una de estas etapas serán explicada en el presente capítulo

## B.- Descripción del Almanaque Náutico

Al almanaque náutico (Pub. SHOA N° 3019) entrega las efemérides astronómicas de los principales astros y que son necesarios para la práctica de la navegación astronómicas y para otros fines.

El almanaque náutico entrega el Angulo Horario de Greenwich (AHGr) y la declinación (Dec), de todos los astros usados en navegación marítima, para cualquier instante de una Hora Media de Greenwich (HmGr) determinada.

- Para el sol, la luna, Venus, Marte, Júpiter y Saturno se entrega directamente el AHGr.
- Para las estrellas se emplea el Angulo Horario de Greenwich punto Vernal AHGr<sub>v</sub>

Parte de las estrellas, se indican los valores del Angulo Horario Sidéreo (AHS), pudiendo obtener el AHGr mediante la fórmula:

$$\text{AHGr}_* = \text{AHGr}_v + \text{AHS}_*$$

El AHS y la Dec de las estrellas cambian de valor lentamente y pueden considerarse como constantes a lo largo de varios días.

Adicionalmente están las Tablas que se incluyen al final del Almanaque Náutico (dolor azul), dan los incrementos y las correcciones que deben aplicarse a los valores horarios tabulados del AHGr y la Dec para los **minutos y segundos** de HmGr.

Los datos restantes del Almanaque Náutico se refieren a:

- Fases de la luna
- Datos de calendario
- Eclipses
- Diagrama Planetario.
- Hora del orto y ocaso del sol y de la luna.

- Horas de los crepúsculos del sol
- Fundamento y disposición de los datos
- Horas Oficiales.
- Cartas estelares.
- Tablas de estrella Polar
- Tablas auxiliares

Al Ángulo Horario Local (AHL), puede obtenerse mediante el uso de la fórmula:

$$\text{AHL} = \text{AHGr} \begin{cases} - \text{Longitud Oeste} \\ + \text{Longitud Este} \end{cases}$$

Ejemplos:

Para el 20 de noviembre de 2016, calcular el AHGr y la declinación para el sol, Luna, Venus y Aries, según las siguientes HmGr.

HmGr = 22h 00m 00s

HmGr = 18h 30m 00s

HmGr = 16h 24m 16s

### C.- Cálculo de Orto y ocaso del sol y de la luna, y crepúsculo sol.

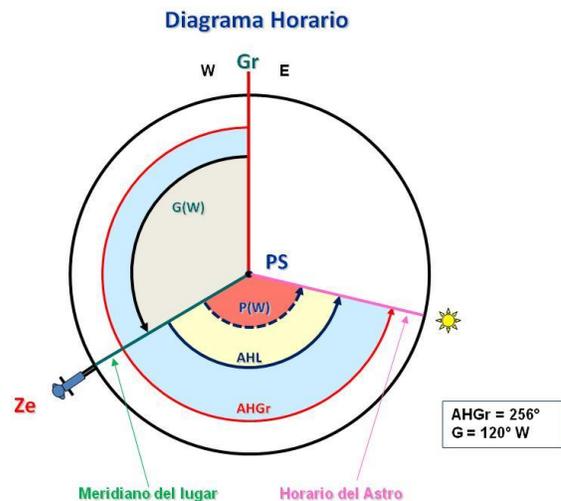
Ver apuntes aparte.

### D.- Cálculo de Ángulo al Polo y Declinación.

La Declinación (D.) y el Angulo al Polo (P) de los astros empleados en navegación, se obtiene a partir de los datos entregados por Almanaque Náutico, mediante un procedimiento similar para dada uno de ellos.

Es muy importante la determinación de estos dos valores (D y P), ya que son los componentes del triángulo esférico el cual permitirá obtener la altura calculada (Ac) y el Azimut del astro respetivo, que en conjunto con la Altura Verdadera (Av) del astro, se obtendrá el lugar geométrico de la posición del buque, llamada "recta de altura".

Fig. N° 1 "Diagrama horario"



De la figura N° 1, en que se conoce el AHGr = 256° y la longitud del lugar (120° W) se deduce que el Angulo al Polo es:

$$\begin{aligned} \text{AHL} &= \text{AHGr} - \text{G(W)} = 256^\circ - 120^\circ \\ \text{AHL} &= 136^\circ \\ (\text{Como } \text{AHL} < 180^\circ, \text{ AHL} &= \text{P(W)}) \\ \mathbf{P} &= \mathbf{136^\circ \text{ W}} \end{aligned}$$

### E.- Disposiciones de cálculo:

#### 1.- Sol

Datos: Le, Ge, Fecha, Hzl, Zh, Hcr, Ea.

$$\begin{array}{ll} \text{Hcr} = & \\ \text{Ea} = & \\ \text{Hmgr} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{Hz} = & \\ \text{Zh} = & (3) \\ \text{Hzl}_{\text{app}} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{AhGr}_\circ = & (1) \\ + c \times h = & (1) \\ \text{AhGrc}_\circ = & (1) \\ \text{Ge} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad (+\text{Ge} ; -\text{Gw}) \\ \text{Ahl} = & \\ \mathbf{P}_\circ = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{(2) \quad E \text{ o } W} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{D}_\circ = & (1) \quad \text{N o S} \\ c \times d = & (1) \\ \mathbf{D}_\circ = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{N o S} \end{array}$$

- (1) Del Almanaque Náutico  
(2) Cuando AHL < 180°                      AHL = P(W)  
    Cuando AHL > 180°                      360° - AHL = P(E)  
(3) Zh se aplica con su signo

#### 2.- Planetas

Datos: Le, Ge, Fecha, Hzl, Zh, Hcr, Ea, nombre planeta.

$$\begin{array}{ll} \text{Hcr} = & \\ \text{Ea} = & \\ \text{Hmgr} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{Hz} = & \\ \text{Zh} = & (3) \\ \text{Hzl}_{\text{app}} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \text{AhGr} = & (1) \\ + c \times h = & (1) \\ +/-c \times v = & (1) \\ \text{AhGrc} = & (1) \\ \text{Ge} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad (+\text{Ge} ; -\text{Gw}) \\ \text{Ahl} = & \\ \mathbf{P} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{(2) \quad E \text{ o } W} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{D} = & (1) \quad \text{N o S} \\ c \times d = & (1) \\ \mathbf{D} = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{N o S} \end{array}$$

### 3.- Estrella

Datos: Le, Ge, Fecha, Hzl, Zh, Hcr, Ea, nombre estrella

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Hcr} & = & \\
 \text{Ea} & = & \\
 \text{Hmgr} & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \\
 \\
 \text{AhGr}_\gamma & = & (1) \\
 + c \times h & = & (1) \\
 \text{AhGr}_{c_\gamma} & = & \\
 +\text{AHS}_* & = & (1) \\
 \text{AHGr}_* & = & \\
 -360^\circ & = & (4) \\
 \text{AHGr}_* & = & \\
 \text{Ge} & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad (+\text{Ge} ; -\text{Gw}) \\
 \text{Ahl} & = & \\
 \mathbf{P}_* & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{(2) \quad E \ o \ W} \\
 \\
 \text{Hz} & = & \\
 \text{Zh} & = & (3) \\
 \text{Hzl}_{app} & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \\
 \\
 \text{D}_* & = & (1) \quad \text{N o S} \\
 c \times d & = & (1) \\
 \mathbf{D}_* & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{N \ o \ S}
 \end{array}$$

### 4.- Luna

Datos: Le, Ge, Fecha, Hzl, Zh, Hcr, Ea.

$$\begin{array}{rcl}
 \text{Hcr} & = & \\
 \text{Ea} & = & \\
 \text{Hmgr} & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \\
 \\
 \text{AhGr}_\gamma & = & (1) \\
 + c \times h & = & (1) \\
 +/-c \times v & = & (1) \\
 \text{AhGr}_{c_\gamma} & = & (1) \\
 \text{Ge} & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad (+\text{Ge} ; -\text{Gw}) \\
 \text{Ahl} & = & \\
 \mathbf{P}_\gamma & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{(2) \quad E \ o \ W} \\
 \\
 \text{Hz} & = & \\
 \text{Zh} & = & (3) \\
 \text{Hzl}_{app} & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad ( \quad ) \\
 \\
 \text{D}_\gamma & = & (1) \quad \text{N o S} \\
 c \times d & = & (1) \\
 \mathbf{D}_\gamma & = & \underline{\hspace{2cm}} \quad \mathbf{N \ o \ S}
 \end{array}$$

- (1) Del Almanaque Náutico
- (2) Cuando  $\text{AHL} < 180^\circ$   $\text{AHL} = \text{P(W)}$   
 Cuando  $\text{AHL} > 180^\circ$   $360^\circ - \text{AHL} = \text{P(E)}$
- (3) Zh se aplica con su signo
- (4) (Se resta  $360^\circ$  si el AHGr es mayor de  $306^\circ$ )

$$\text{AHGr} = \text{AHGr}_\gamma + \text{AHS}_*$$

**Explicación de las correcciones.**

1.- Co x h (sol y planetas): regla de tres simple:

$$\frac{60m}{\text{Dif minutos y segundos}} = \frac{AHGr (2) - AhGr (1)}{Co x h}$$

$$\frac{60m}{\text{Dif minutos y segundos}} = \frac{15^\circ}{Co x h}$$

$Co x h = \text{Dif minutos y segundos} \times 15^\circ$  (sol y planetas)

Para sol es  $15^\circ$   
Para Aries es  $15^\circ 02',5$   
Para Luna es  $14^\circ 19'$

$Co x h = \text{Dif minutos y segundos} \times 15^\circ 02',5$  (Aries)

$Co x h = \text{Dif minutos y segundos} \times 14^\circ 19',0$  (Luna)

2.- Co x v (Planetas y luna): Cuando la diferencia no es constante como el sol, es necesario corregir los minutos. Esta corrección corresponde al exceso de movimientos horarios reales sobre los valores adoptados; estos son generalmente positivos, excepto para Venus

Co x h = corrige los grados  
Co x v = corrige los minutos

3.- Co x D (Todos excepto estrellas): Regla de tres.

Ejemplo de correcciones:

Si la Hmgr = 12h 10m 13s

La interpolación de los minutos y segundos es:

Co x h (sol y planetas) =  $2^\circ 33',3$

Co x h (Aries) =  $2^\circ 33',7$

Co x h (Luna) =  $2^\circ 26,3$

Si v = +0,6

Co x v = +0'.1

Si d = -12,8

Co x d = -2',2

10<sup>m</sup>

INCREMENTOS Y

10 <sup>m</sup>	SOL PLANETAS	ARIES	LUNA	v <sub>d</sub> Corr.	v <sub>d</sub> Corr.	v <sub>d</sub> Corr.
s	o /	o /	o /	/ /	/ /	/ /
00	2 30-0	2 30-4	2 23-2	0-0 0-0	6-0 1-1	12-0 2-1
01	2 30-3	2 30-7	2 23-4	0-1 0-0	6-1 1-1	12-1 2-1
02	2 30-5	2 30-9	2 23-6	0-2 0-0	6-2 1-1	12-2 2-1
03	2 30-8	2 31-2	2 23-9	0-3 0-1	6-3 1-1	12-3 2-2
04	2 31-0	2 31-4	2 24-1	0-4 0-1	6-4 1-1	12-4 2-2
05	2 31-3	2 31-7	2 24-4	0-5 0-1	6-5 1-1	12-5 2-2
06	2 31-5	2 31-9	2 24-6	0-6 0-1	6-6 1-2	12-6 2-2
07	2 31-8	2 32-2	2 24-8	0-7 0-1	6-7 1-2	12-7 2-2
08	2 32-0	2 32-4	2 25-1	0-8 0-1	6-8 1-2	12-8 2-2
09	2 32-3	2 32-7	2 25-3	0-9 0-2	6-9 1-2	12-9 2-3
10	2 32-5	2 32-9	2 25-6	1-0 0-2	7-0 1-2	13-0 2-3
11	2 32-8	2 33-2	2 25-8	1-1 0-2	7-1 1-2	13-1 2-3
12	2 33-0	2 33-4	2 26-0	1-2 0-2	7-2 1-3	13-2 2-3
13	2 33-3	2 33-7	2 26-3	1-3 0-2	7-3 1-3	13-3 2-3
14	2 33-5	2 33-9	2 26-5	1-4 0-2	7-4 1-3	13-4 2-3

Problema:

Datos:

Astro: sol y luna. Le = 33° S, Ge = 71° W, Hzl = 15h 11m, Zh = +3

Fecha = 16 de octubre de 2014. Hcr = 18h 10m 08s, Ea = 00h 01m 34s

2014 OCTUBRE 16, 17, 18 (JUE., VIE., SÁB.)										203				
UT (HmGr)	SOL		LUNA				Lat.	Aurora		Orto Sol	Orto Luna			
	AHGr	Dec	AHGr	v	Dec	d		Ph	Náut.		Civil	16	17	18
d h	° /	° /	° /	° /	° /	° /	°	h m	h m	h m	h m	h m	h m	h m
16 00	183 34.9 S	8 46.4	268 43.5 12.8	N15 59.1	4.9	54.6	N 72	05 03	06 22	07 33	21 27	23 06	24 42	00 42
01	198 35.0	47.3	283 15.3 12.8	15 54.2	5.1	54.6	N 70	05 06	06 17	07 21	21 56	23 25	24 53	00 53
02	213 35.2	48.2	297 47.1 12.8	15 49.1	5.1	54.5	68	05 08	06 13	07 11	22 17	23 39	25 02	01 02
03	228 35.3	49.1	312 18.9 12.9	15 44.0	5.1	54.5	66	05 10	06 09	07 02	22 33	23 51	25 10	01 10
04	243 35.4	50.1	326 50.8 12.9	15 38.9	5.3	54.5	64	05 11	06 06	06 55	22 47	24 01	00 01	01 16
05	258 35.6	51.0	341 22.7 13.0	15 33.6	5.3	54.5	62	05 12	06 04	06 49	22 58	24 09	00 09	01 21
06	273 35.7 S	8 51.9	355 54.7 13.0	N15 28.3	5.3	54.5	60	05 13	06 01	06 44	23 08	24 17	00 17	01 26
07	288 35.9	52.8	10 26.7 13.1	15 23.0	5.5	54.5	N 58	05 14	05 59	06 39	23 17	24 23	00 23	01 30
08	303 36.0	53.7	24 58.8 13.1	15 17.5	5.5	54.5	56	05 14	05 57	06 35	23 24	24 28	00 28	01 34
09	318 36.1	54.7	39 30.9 13.1	15 12.0	5.6	54.4	54	05 14	05 55	06 31	23 31	24 33	00 33	01 37
10	333 36.3	55.6	54 03.0 13.2	15 06.4	5.6	54.4	52	05 15	05 54	06 28	23 37	24 38	00 38	01 40
11	348 36.4	56.5	68 35.2 13.2	15 00.8	5.7	54.4	50	05 15	05 52	06 25	23 42	24 42	00 42	01 43
12	3 36.5 S	8 57.4	83 07.4 13.2	N14 55.1	5.7	54.4	45	05 14	05 48	06 18	23 53	24 51	00 51	01 49
13	18 36.7	58.3	97 39.6 13.3	14 49.4	5.9	54.4	N 40	05 14	05 45	06 12	24 03	00 03	00 58	01 54
14	33 36.8	59.2	112 11.9 13.4	14 43.5	5.9	54.4	35	05 12	05 42	06 07	24 11	00 11	01 04	01 58
15	48 36.9	60.2	126 44.3 13.3	14 37.6	5.9	54.4	30	05 11	05 39	06 03	24 18	00 18	01 10	02 02
16	63 37.0	61.1	141 16.6 13.4	14 31.7	6.0	54.4	20	05 07	05 33	05 55	24 31	00 31	01 20	02 08
17	78 37.2	62.0	155 49.0 13.5	14 25.7	6.1	54.4	N 10	05 03	05 27	05 49	24 41	00 41	01 28	02 14
18	93 37.3 S	9 02.9	170 21.5 13.5	N14 19.6	6.1	54.3	0	04 57	05 21	05 42	00 06	00 51	01 36	02 19
19	108 37.4	03.8	184 54.0 13.5	14 13.5	6.2	54.3	S 10	04 49	05 14	05 35	00 18	01 02	01 44	02 24
20	123 37.6	04.7	199 26.5 13.6	14 07.3	6.3	54.3	20	04 40	05 06	05 28	00 30	01 12	01 52	02 30
21	138 37.7	05.7	213 59.1 13.6	14 01.0	6.3	54.3	30	04 27	04 56	05 20	00 45	01 25	02 01	02 36
22	153 37.8	06.6	228 31.7 13.6	13 54.7	6.3	54.3	35	04 18	04 49	05 15	00 53	01 32	02 07	02 40
23	168 38.0	07.5	243 04.3 13.7	13 48.4	6.5	54.3	40	04 08	04 42	05 10	01 03	01 40	02 13	02 44
							45	03 56	04 33	05 03	01 14	01 49	02 20	02 49
	S/D 16.1	d 0.9	S/D 14.8	14.8	14.8	14.8								

**Sol**

**Luna**

H<sub>z</sub> = 15h 11m  
 Z<sub>h</sub> = + 03h  
 H<sub>z</sub>l<sub>app</sub> = 18h 11m (16 de octubre de 2014)

H<sub>cr</sub> = 06h 10m 08s      06h 10m 08s  
 E<sub>a</sub> = 00h 01m 34s      00h 01m 34s  
 H<sub>m</sub>gr = 06h 11m 42s      06h 11m 42s  
 H<sub>m</sub>gr = 18h 11m 42s      18h 11m 42s

AhGr<sub>☉</sub> = 93° 37',3      170° 21'.6  
 + c x h = 02° 55',5      2° 47'.5  
 + c x v = -----      + 2.6 (+13.5)  
 AhGr<sub>c☉</sub> = 96° 32',8      173° 11'.7  
 Ge = 71° 00',0 W      71° 00',0 W  
 AHL = 25° 32'.8      102° 11',7 W  
 P<sub>☉</sub> = 25° 32'.8 W      102° 11',7 W

D<sub>☉</sub> = 9° 02'.9 S      14° 19'.6 N  
 c x d = + 0'.2 (+0.9)      - 1'.2 (-6'.1)  
 D<sub>☉</sub> = 9° 03'.1 S      14° 18'.4

202

2014 OCTUBRE 16, 17, 18 (JUE., VIE., SÁB.)

UT (HmGr)	ARIES	VENUS -4.0	MARTE +0.9	JÚPITER -2.0	SATURNO +0.6	ESTRELLAS
d h	AHGr	AHGr Dec	AHGr Dec	AHGr Dec	AHGr Dec	Nombre AHS Dec
16 00	24 26.2	185 21.8 S 6 43.7	122 50.8 S24 44.0	243 29.0 N15 52.5	154 15.5 S16 23.2	Acamar 315 17.3 S40 14.7
01	39 28.6	200 21.4 44.9	137 51.3 44.2	258 31.1 52.4	169 17.7 23.3	Achernar 335 25.6 S57 09.7
02	54 31.1	215 20.9 46.2	152 51.8 44.3	273 33.2 52.3	184 19.9 23.4	Acruz 173 08.8 S63 10.7
03	69 33.6	230 20.5 . . 47.4	167 52.2 . . 44.4	288 35.3 . . 52.2	199 22.1 . . 23.4	Adhara 255 11.7 S28 59.5
04	84 36.0	245 20.0 48.6	182 52.7 44.5	303 37.4 52.1	214 24.3 23.5	Aldebarán 290 48.1 N16 32.2
05	99 38.5	260 19.6 49.8	197 53.2 44.6	318 39.5 51.9	229 26.4 23.6	
06	114 41.0	275 19.2 S 6 51.0	212 53.7 S24 44.7	333 41.6 N15 51.8	244 28.6 S16 23.7	Alioth 166 20.6 N55 52.8
07	129 43.4	290 18.7 52.3	227 54.1 44.8	348 43.7 51.7	259 30.8 23.7	Alkaid 152 58.7 N49 14.5
08	144 45.9	305 18.3 53.5	242 54.6 44.9	3 45.8 51.6	274 33.0 23.8	Al Na'ir 27 42.4 S46 53.3
09	159 48.3	320 17.9 . . 54.7	257 55.1 . . 45.0	18 47.9 . . 51.5	289 35.2 . . 23.9	Alnilam 275 45.3 S 1 11.6
10	174 50.8	335 17.4 55.9	272 55.6 45.1	33 50.0 51.4	304 37.4 23.9	Alphard 217 55.3 S 8 43.3
11	189 53.3	350 17.0 57.1	287 56.0 45.2	48 52.1 51.3	319 39.6 24.0	
12	204 55.7	5 16.6 S 6 58.4	302 56.5 S24 45.3	63 54.2 N15 51.2	334 41.8 S16 24.1	Alphecca 126 10.6 N26 40.2
13	219 58.2	20 16.1 6 59.6	317 57.0 45.4	78 56.3 51.1	349 44.0 24.2	Alpheratz 357 42.2 N29 10.5
14	235 00.7	35 15.7 7 00.8	332 57.5 45.5	93 58.4 51.0	4 46.2 24.2	Altair 62 07.3 N 8 54.8
15	250 03.1	50 15.2 . . 02.0	347 57.9 . . 45.6	109 00.5 . . 50.9	19 48.4 . . 24.3	Ankaa 353 14.5 S42 13.5
16	265 05.6	65 14.8 03.2	2 58.4 45.7	124 02.6 50.8	34 50.5 24.4	Antares 112 25.4 S26 27.7
17	280 08.1	80 14.4 04.5	17 58.9 45.8	139 04.7 50.7	49 52.7 24.5	
18	295 10.5	95 13.9 S 7 05.7	32 59.3 S24 45.9	154 06.8 N15 50.6	64 54.9 S16 24.5	Arcturus 145 55.3 N19 06.5
19	310 13.0	110 13.5 06.9	47 59.8 46.0	169 08.9 50.5	79 57.1 24.6	Atria 107 26.7 S69 03.2
20	325 15.4	125 13.0 08.1	63 00.3 46.1	184 11.0 50.4	94 59.3 24.7	Avior 234 17.7 S59 33.2
21	340 17.9	140 12.6 . . 09.3	78 00.8 . . 46.2	199 13.1 . . 50.3	110 01.5 . . 24.8	Bellatrix 278 30.9 N 6 21.7
22	355 20.4	155 12.2 10.5	93 01.2 46.3	214 15.2 50.1	125 03.7 24.8	Betelgeuse 271 00.2 N 7 24.5
23	10 22.8	170 11.7 11.8	108 01.7 46.4	229 17.3 50.0	140 05.9 24.9	

h m	v	d	v	d	v	d
Paso Mer. 22 14.7	-0.4	1.2	0.5	0.1	2.1	0.1
					2.2	0.1

Datos:

Astro: Marte y Antares. Le = 33° S, Ge = 71° W, Hzl = 15h 11m, Zh = +3

Hcr = 06h 10m 08s, Ea = 00h 01m 34s

**Marte**

**Antares**

H<sub>z</sub> = 15h 11m

Z<sub>h</sub> = + 03h

H<sub>z</sub><sub>l app</sub> = 18h 11m (16 de octubre de 2014)

H<sub>cr</sub> = 06h 10m 08s

06h 10m 08s

E<sub>a</sub> = 00h 01m 34s

00h 01m 34s

H<sub>m</sub><sub>gr</sub> = 06h 11m 42s

06h 11m 42s

H<sub>m</sub><sub>gr</sub> = 18h 11m 42s

18h 11m 42s

AhGr<sub>⊙</sub> = 32° 59',3

295° 10'.5

+ c x h = 02° 55',5

2° 56'.0

+ c x v = + 0.1 (+0.5)

AhGr<sub>c⊙</sub> = 35° 54',9

298° 06'.5

AHS = -----

112° 25'.4

AhGr<sub>c⊙</sub> = 35° 54',9

410° 31'.9

-360° = -----

- 360°

AhGr<sub>c⊙</sub> = 35° 54',9

050° 11'.7

Ge = 71° 00',0 W

71° 00',0 W

AHL = -35° 05'.1

- 20° 48',3

P<sub>⊙</sub> = 35° 05'.1 E

20° 48',3 E

D<sub>⊙</sub> = 24° 45'.9 S

26° 27'.7 S

c x d = + 0'.0 (+0.1)

D<sub>⊙</sub> = 24° 45'.9 S

26° 27'.7 S

## F.- Cálculo de la altura y azimut

La Altura calculada ( $A_c$ ) se obtiene mediante la fórmula básica en la solución del triángulo de posición en forma directa, breve y sencilla, sin introducir datos auxiliares que alargan la solución y aumentan las posibilidades de errores.

### El triángulo de posición

El triángulo de posición tiene los siguientes elementos:

- Vértices: Zenit ( $Z_e$ ), Polo norte o sur celeste más cercano al observador ( $P_c$  N/S) y el astro
- Lados. Distancia Zenital ( $D_z$ ), Colatitud celeste del Observador ( $\Delta L_c$ ) y Distancia polar. ( $\Delta$ )
- Ángulos: Angulo al Zenit ( $Z$ ) y Angulo al Polo ( $P$ ).

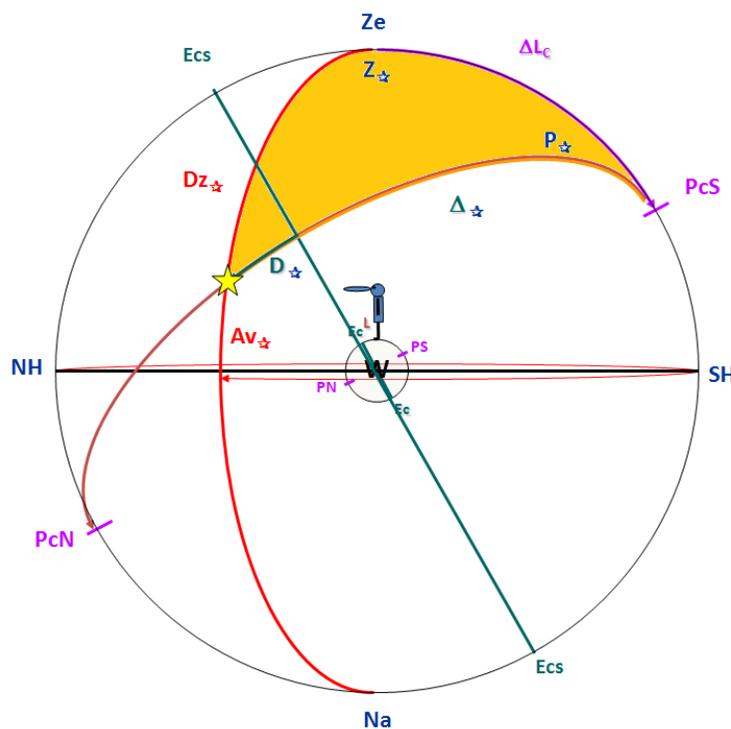
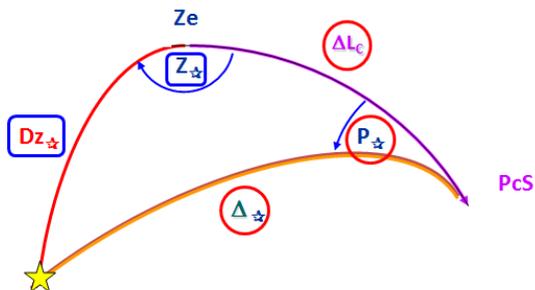


Fig.: N° 02 "Triángulo esférico"

Los elementos que se debe de calcular de un astro son Altura calculada ( $A_c$ ) y Azimut ( $A_{zv}$ ) del astro. Estos datos combinados con la altura verdadera se podrá obtener la recta de altura, lugar geométrico donde debería estar el observador.

Dichos elementos conforman el triángulo esférico y para su cálculo se requiere conocer el Angulo al Polo (P), Declinación (Dec) y la latitud estimada (Le). Los dos primeros se obtienen del almanaque náutico, procedimiento que fue explicado anteriormente en este capítulo y la "Le" de la posición aproximada que tiene el observador.



### Cálculo de la Altura calculada (Ac)

Por trigonometría esférica y aplicando la Ley del coseno de los lados queda:

$$\cos Dz = \cos \Delta Lc \times \cos \Delta + \sin \Delta Lc \times \sin \Delta \times \cos P$$

Sabiendo que:

$$\text{Distancia Zenital (Dz)} = 90^\circ - Av$$

$$\text{Distancia Polar (\Delta)} = 90^\circ - D$$

$$\text{Colatitud del observador (\Delta Lc)} = (90^\circ - L)$$

Entonces la ecuación queda de la siguiente manera:

$$\cos (90^\circ - Av) = \cos (90^\circ - Le) \times \cos (90^\circ - D) + \sin (90^\circ - Le) \times \sin (90^\circ - D) \times \cos P$$

Es decir:

$$\sin (Av) = \sin (Le) \times \sin (D) + \cos (Le) \times \cos (D) \times \cos P$$

Considerando que  $AHL < 180$ ,  $P(W) = AHL$  y  $AHL > 180^\circ$ ,  $P(E) = 360^\circ - AHL$

Se reemplaza  $\cos P$

$$\text{para P(W)} \quad \cos (AHL)$$

$$\text{para P(E)} \quad \cos (360^\circ - AHL) = \cos (AHL)$$

La fórmula queda:

$$\sin (Av) = \sin (Le) \times \sin (D) + \cos (Le) \times \cos (D) \times \cos (AHL)$$

Considerar los signos de la latitud y declinación. S y W negativos, N y E positivo



### Cálculo de la Ac

$$\text{AHL} = \text{AHGr} + \text{Ge}$$

$$\text{AHL} = 53^\circ + (-16^\circ) = 37^\circ \text{ (si el AHL resulta negativo sumar } 360^\circ)$$

$$\text{sen (Ac)} = \text{sen (Le)} \times \text{sen (D)} + \text{cos (Le)} \times \text{cos (D)} \times \text{cos (AHL)}$$

$$\text{sen (Ac)} = \text{sen (32}^\circ) \times \text{sen (-15}^\circ) + \text{cos (32}^\circ) \times \text{cos (-15}^\circ) \times \text{cos (37}^\circ)$$

Calculadora<sup>1</sup>: (A) (B) (A) (B) (C)

$$\text{sen (Ac)} = 0.51705$$

$$\text{Ac} = 31,135^\circ$$

### Cálculo de Azv

$$\text{Azv} = 2 \times \arctan \frac{-\text{cos Le} \times \text{cos D} \times \text{sen AHL}}{(\text{cos (Ac} + \text{Le)} + \text{sen D})}$$

$$\text{Azv} = 2 \times \arctan \frac{\text{(A)} \quad \text{(B)} \quad \text{(C)}}{\text{(Ac)} \quad \text{(A)} \quad \text{(B)}} \frac{-\text{cos (32}^\circ) \times \text{cos (-15}^\circ) \times \text{sen (37}^\circ)}{(\text{cos (31,135}^\circ + 32^\circ) + \text{sen (-15}^\circ))}$$

$$\text{Azv} = 2 \times \arctan (-3,3884^\circ)$$

$$\text{Azv} = -147,11^\circ, \text{ como Azv resultase negativo, sumar } 360^\circ.$$

$$\text{Azv} = 212,89^\circ$$

### G.- Av y Recta de altura

En este capítulo se explicó el cálculo de la Ac y Azv conociendo una posición adoptada (La y Ga) o la posición estimada (Le y Ge). En los próximos capítulos se explicará el cálculo para obtener la Av que junto a la Ac se obtendrá el intercepto.

Con el Pe o Pa, el Azv y el I se podrá graficar la recta de altura en una carta plotting, croquis, gráfico o empleando las tablas de estima, lo que permitirá, junto con otra recta, la obtención de la posición del buque, tema que será tratado en los siguientes capítulos.

<sup>1</sup> Para usar la calculadora CASIO en A se guarda el dato Le, en B la declinación y en C el AHL.

## ANEXO

### Demostración Fórmula de la tangente de la mitad de un ángulo aplicada a problemas de navegación

Referencias.

- a.- Académico Sergio Yuseff Sotomayor.
- b.- Apuntes del autor.

#### A.- Introducción

Al navegante se le presenta la necesidad de resolver triángulos esféricos para calcular entre otros elementos, los siguientes:

- Punto de salida en una navegación a lo largo de una circunferencia máxima
- Azimut a los astros, para trazar línea de posición o determinar el error de los instrumentos de orientación.
- El Ángulo Horario Local (AHL) a un astro, para identificarlo.

En los tres casos anteriores, el elemento deseado es un ángulo, cuyo valor varía de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ . Todas las funciones trigonométricas tienen cuatro respuestas entre dichos rangos, si se trabaja con valores absolutos o dos se respeten los signos de las latitudes, longitudes, Ángulos Horarios y Declinaciones, lo anterior obliga a hacer deducciones condicionadas a conocimientos avanzados que se traducen en largos periodos de aprendizaje y aumentan las posibilidades de cometer errores durante su aplicación, sobre todo, si se trabaja con valores absolutos.

#### B.- Solución del problema

Una forma de solucionar el inconveniente anterior es hacerlo mediante la tangente de la mitad del ángulo, que resulta muy cómoda, cuando se dispone de calculadora y se respeten los signos.

En los tres casos planteados anteriormente, se conocen; dos lados del triángulo esférico y el ángulo comprendido entre ellos. Es decir, en ángulo C y los lados a y b.

El lado opuesto (c), el ángulo conocido (C), que podría ser la distancia al punto de llegada, la co-latitud o la co-declinación ( $\Delta$ ), se obtiene sin ambigüedades mediante la fórmula del coseno de los lados:

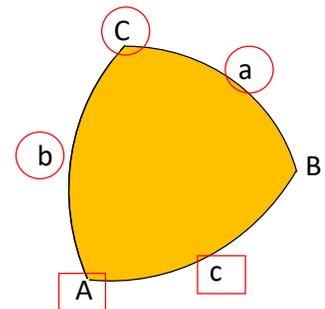
$$\cos c = \cos a \times \cos b + \text{sen } a \times \text{sen } b \times \text{sen } C$$

El ángulo en A que podría ser el rumbo de salida, el azimut o  $360^\circ$  menos del Ángulo Horario Local a un astro, se puede obtener:

1.- Mediante la fórmula del coseno de los lados.

$$\cos a = \cos b \times \cos c + \text{sen } b \times \text{sen } c \times \cos A$$

De donde:



$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \times \cos c}{\operatorname{sen} b \times \operatorname{sen} c}$$

2.- Mediante la fórmula del seno

$$\operatorname{sen} A = \frac{\operatorname{sen} a \times \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} c}$$

En ambos casos, se presentan ambigüedades respecto al cuadrante, pero reemplazando los valores anteriores en la identidad:

$$\tan \frac{1}{2} X = \frac{\operatorname{sen} X}{1 + \cos X}$$

se tiene:

$$\tan \frac{1}{2} A = \frac{\frac{\operatorname{sen} a \times \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} c}}{1 + \frac{\cos a - \cos b \times \cos c}{\operatorname{sen} b \times \operatorname{sen} c}}$$

Multiplicando el numerador y el denominador por  $\operatorname{sen} b \times \operatorname{sen} c$

$$\tan \frac{1}{2} A = \frac{\operatorname{sen} a \times \operatorname{sen} b \times \operatorname{sen} C}{\operatorname{sen} c \times \operatorname{sen} b - \cos c \times \cos b + \cos a}$$

luego:

Tratándose de obtener	El elemento que se indica corresponde a:				
	a	b	c	A	C
Rumbo de salida	90° - Lx	90° - La	Dist / 60	Rs	Dif. Long.
Azimut	90° - D	90° - La	90° - Ac	Az	360° - AHL
AHL	90° - Av	90° - La	90° - D	AHL	360° - Az

donde

Lx = Latitud de llegada.

La = Latitud de salida, adoptada o estimada.

Dist. = Distancia en millas náuticas.

Rs = Rumbo de salida.

Dif. Long = Diferencia e longitud entre el punto de llegada y el de salida.

D = Declinación

Ac = Altura calculada

Az = Azimut

AHL = Angulo Horario del Lugar.

Av = Altura verdadera

Teniendo presente que:

$$\text{sen } (90^\circ - X) = \text{cos } X$$

$$\text{cos } (90^\circ - X) = \text{sen } X$$

$$\text{sen } (360^\circ - X) = - \text{sen } X$$

$$\text{cos } (X + Y) = \text{cos } X \times \text{cos } Y - \text{sen } X \times \text{sen } Y$$

$$\text{sen } (X - Y) = \text{sen } X \times \text{cos } Y - \text{cos } X \times \text{sen } Y$$

Se obtienen las siguientes fórmulas para calcular los elementos que se indican

$$Rs = 2 \times \text{atan} \frac{\text{cos } La \times \text{cos } Lx \times \text{sen dif. long}}{\text{sen} \left( \frac{\text{dist}}{60} - La \right) + \text{sen } Lx}$$

$$Az = 2 \times \text{atan} \frac{- \text{cos } La \times \text{cos } D \times \text{sen AHL}}{\text{cos } (La + Ac) + \text{sen } D}$$

$$AHL = 2 \times \text{atan} \frac{- \text{cos } La \times \text{cos } Av \times \text{sen } Az}{\text{cos } (La + D) + \text{sen } Av}$$

En cualquiera de los casos anteriores, se debe tener presente:

- Latitudes y declinaciones norte son positivas (+) y las sur son negativas (-).
- Longitudes este son positivas (+) y las weste son negativas (-).
- EL AHL = Longitud + Ahgr, a pesar de medirse hacia el weste, se considera tal como aparece en el almanaque náutico, es decir positivo (+). Lo anterior se resolvió considerando que el ángulo en C es  $360^\circ - AHL$ .
- La única consideración que hay que tener presente con el rumbo, azimut o AHL, es que si su valor resulta negativo se le debe sumar  $360^\circ$ .

### C.- Uso de calculadora

La resolución de problemas se puede simplificar enormemente mediante una calculadora científica que disponga de memoria constante como lo es la Casio fx-82 MS o similar.

Según el problema que se desee resolver:

Para calcular	Se almacena en memoria				
	A	B	C	D	E
Distancia	La	Lx	Dif. Long.	Ga	Gx
Rs	La	Lx	Dif. Long.	Ga	Gx
Altura	La	D	AHL	Ga	AHGr astro
AHL	La	D	AHL	Ga	AHGr astro
Declinación	La	A	Az	Ga	AHGr Aries
AHL	La	A	Az	Ga	AHGr Aries

Si la calculadora posee capacidad además de programar fórmulas, es evidente que el problema se reduce a cargar las memorias constantes y ejecutar las fórmulas que se indican:

Para obtener:

Distancia (Dist)

$$Dist = 60 \times \arccos(\sin A \times \sin B + \cos A \times \cos B \times \cos C)$$

Rumbo de salida:

$$Rs = 2 \times \arctan\left(\frac{\cos A \times \cos B \times \sin C}{\sin\left(\frac{dist}{60} - A\right) + \sin B}\right)$$

-----  
Altura (Ac)

$$Ac = \arcsin(\sin A \times \sin B + \cos A \times \cos B \times \cos C)$$

Azimut (Az)

$$Az = 2 \times \arctan\left(\frac{-\cos A \times \cos B \times \sin C}{\cos(Ac + A) + \sin B}\right)$$

-----  
Declinación (D)

$$D = \arcsin(\sin A \times \sin B + \cos A \times \cos B \times \cos C)$$

AHL

$$AHL = 2 \times \arctan\left(\frac{-\cos A \times \cos B \times \sin C}{\cos(D + A) + \sin B}\right)$$

$$El\ AHS = AHL - longitud - AHGry (+/- 360^\circ)$$